

12 行列式

A 問題 (必須問題)

12.A.1 教科書 p.79 の問題 3.2 をすべて解け.

12.A.2 正方行列 A が正則ならば $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ であることを示せ. また, P を正則行列とするととき, $|P^{-1}AP| = |A|$ が成り立つことを示せ.

12.A.3 A を n 次正方行列, c を実数とするととき, $|cA| = c^n|A|$ となることを示せ.

B 問題 (標準問題)

12.B.1 次の行列 A が正則となるための x の条件を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$$

12.B.2 A を正方行列とするととき, 同次連立 1 次方程式 $Ax = \mathbf{o}$ が自明でない解をもつための必要十分条件は $|A| = 0$ であることを示せ.

12.B.3 奇数次の交代行列の行列式は 0 であることを示せ.

C 問題 (発展問題)

12.C.1 n 次の行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & 1 & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

の値を求めよ.