

## 10 行列の標準形と階数

### A 問題 (必須問題)

10.A.1 教科書 p.51 の問題 2.6 をすべて解け.

### B 問題 (標準問題)

10.B.1 次の行列の階数を調べよ.

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{bmatrix}$$

10.B.2 次の行列の階数を調べよ.

$$\begin{bmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$$

### C 問題 (発展問題)

以下, 教科書 p.47 の定理 2.13 の証明も参考にせよ.

10.C.1  $A$  を行列とすると,  $\text{rank } A^T = \text{rank } A$  であることを示せ.

10.C.2  $A, B$  を行列とすると,  $\text{rank}(AB) \leq \text{rank } A$  であることを示せ.

10.C.3  $A, B$  を行列とすると,  $\text{rank}(AB) \leq \text{rank } B$  であることを示せ.

10.C.4  $A$  を  $m \times n$  行列,  $B$  を  $n \times m$  行列とする.  $m > n$  ならば  $AB \neq I_m$  であることを示せ.