9　連立方程式の解法

A 問題（必須問題）

9.A.1 教科書 p.50 の問題 2.3 をすべて解け.

9.A.2 教科書 p.51 の問題 2.4 をすべて解け.

B 問題（標準問題）

9.B.1 次の連立 1 次方程式が解をもつように c の値を定めよ.

$$\begin{cases} 2x + y - z &= 1 \\ x - 3y + 2z &= 4 \\ 3x - 2y + z &= c \end{cases}$$

9.B.2 次の連立 1 次方程式が，(i) ただひとつの解をもつ，(ii) 無数の解をもつ，(iii) 解をもたない，ように c の値をそれぞれ定めよ.

$$\begin{cases} x + y - z &= 1 \\ 2x + 3y + cz &= 3 \\ x + cy + 3z &= 2 \end{cases}$$

9.B.3 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x + 2y - 3z &= a \\ x - 2y + 7z &= b \\ 2x + 6y - 11z &= c \end{cases}$$

は a, b, c がどのような関係式を満たすとき，解をもつか調べよ.

9.B.4 連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の異なるふたつの解 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$ に対して，$\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2$ は同次連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$ の自明でない解となることを示せ.

C 問題（発展問題）

9.C.1 連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}\,(\boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{o})$ の任意の k 個の解を $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_k$ とする．このとき，$\displaystyle\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \boldsymbol{x}_i$ が $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解となるための必要十分条件は

$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$$

であることを証明せよ.