

6 ブロック行列・行列の分割

A 問題 (必須問題)

6.A.1 次の分割行列の積は定義されているものとして、積を計算せよ。何か気づくことはあるか観察せよ。

$$\begin{bmatrix} I & O \\ O & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & W \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} O & I \\ I & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & W \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} I & A \\ O & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & W \end{bmatrix}$$

6.A.2 次の分割行列の積は定義されているものとして、積を計算せよ。上の問題と対比させて何か気づくことはあるか観察せよ。

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Z & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & O \\ O & A \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O & I \\ I & O \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & A \\ O & I \end{bmatrix}$$

B 問題 (標準問題)

6.B.1 A, B を正則行列とするとき、次を示せ。

$$P = \begin{bmatrix} A & O \\ O & B \end{bmatrix}$$

は正則であり、

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & O \\ O & B^{-1} \end{bmatrix}$$

である。

6.B.2 A, B を正則行列とし、 C を正方行列とする。次を示せ。

$$Q = \begin{bmatrix} A & C \\ O & B \end{bmatrix}$$

は正則であり、

$$Q^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}CB^{-1} \\ O & B^{-1} \end{bmatrix}$$

である。

C 問題 (発展問題)

該当なし。