

2025年度 確率統計II 期末試験 問題用紙（両面1枚）

学籍番号 _____ 名前 _____

- 一般電卓の使用可．関数電卓やスマートフォンの使用は不可．
- 試験時間は 80 分．
- 誤差はわずかであれば減点しない（小数第 2 位まで求める問題なら ± 0.01 は許容する）．
- 試験終了後は問題用紙と計算用紙も回収．これらを試験会場外に持ち出したら不正行為とみなす．

1 ある高校に所属する生徒の，1 日に使用するスマートフォンの平均使用時間（ x 分）と，定期テストの点数（ y 点）を調べた．その結果，

$$\bar{x} = 169, \quad \bar{y} = 60, \quad s_x^2 = 891, \quad s_y^2 = 82, \quad s_{xy} = -101$$

であることが分かった．以下の問に答えよ．数値が割り切れない場合は 小数第 2 位まで 答えよ（小数第 3 位を四捨五入せよ）．

- (1) x と y の相関係数を求めよ．
- (2) x を説明変数， y を目的変数とする回帰直線を求めよ．
- (3) (2) の結果を根拠に「スマートフォンの使用を制限すれば生徒の成績が向上する」と断定できるか．「できる」もしくは「できない」のうち，適当な方を選べ．

2 実数 p, q は $0 \leq p \leq 1, 0 \leq q \leq \frac{1}{2}$ を満たすとする． X を成功確率 p のベルヌーイ型確率変数，すなわち

$$P(X = 1) = p, \quad P(X = 0) = 1 - p$$

を満たす確率変数とし， Y を以下の表に示された分布に従う確率変数とする． X と Y は独立であるとして，次の問に答えよ．

y	-1	0	1
$P(Y = y)$	q	$1 - 2q$	q

- (1) $E[X]$ を求めよ．
- (2) $E[Y]$ を求めよ．
- (3) $V[X]$ を求めよ．
- (4) $V[Y]$ を求めよ．
- (5) $V[X - Y]$ を求めよ．
- (6) $V[XY]$ を求めよ．

次に，確率変数 Z, W を $Z := X + Y, W := X - Y$ と定める．

- (7) $P(Z = 0, W = 2)$ を求めよ．
- (8) $P(W = 2)$ を求めよ．
- (9) $P(Z = 0)$ を求めよ．

3 1142 人の生徒に数学のテストを行ったところ，その成績は平均 43 点，標準偏差 20 点だった．得点の分布が正規分布に従うものとするとき，次の問に答えよ．

- (1) 62 点以上の生徒はおおよそ何人いるか．小数第 1 位まで 答えよ（小数第 2 位を四捨五入せよ）．
- (2) 成績の高い方から 20% の中に入るのは何点以上の生徒か．ただし，得点は整数値で与えられるものとする．

4 正規母集団からサイズ 5 の標本を抽出して以下のデータを得た．

$$37, \quad 42, \quad 39, \quad 38, \quad 44$$

次の問に答えよ．答えの数値や区間の両端の数値が割り切れない場合は 小数第 2 位まで 答えよ（小数第 3 位を四捨五入せよ）．

- (1) 標本平均の実現値 $\bar{x}$ を求めよ．
- (2) 不偏分散の実現値 u^2 を求めよ．
- (3) 母分散が $\sigma^2 = 2^2$ と分かっている場合に母平均 μ の 95 % 信頼区間を求めよ．
- (4) 母分散が未知として母平均 μ の 95 % 信頼区間を求めよ．
- (5) 母分散 σ^2 の 95 % 信頼区間を求めよ．

（問題は裏面に続く）

5 愛知県で無作為に選ばれた 927 人に対して、ある番組の視聴を調査したところ視聴率は 15.6% であった。次の問に答えよ。

- (1) 県全体での視聴率 p の 99% 信頼区間を求めよ。区間の両端の数値が割り切れない場合は 小数第 4 位まで 答えよ (小数第 5 位を四捨五入せよ)。
- (2) 今後の調査に必要な標本サイズを設計するため、母比率が $p = 0.156$ であると仮定する。この仮定のもとで、99% 信頼区間の幅を 1% 以下にするためには、標本サイズは少なくともいくつ必要か。
- (3) 母比率について事前に全く検討がつかない場合、99% 信頼区間の幅を確実に 1% 以下にするためには、標本サイズは少なくともいくつ必要か。

6 次の 5 個の数は正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から取り出された無作為標本である。

9.8, 9.4, 9.9, 10.8, 11.5

母分散 $\sigma^2 = 2^2$ が既知であるとき、この標本が平均値 $\mu = 9.6$ の正規母集団から得られたものかどうかを調べたい。そこで、帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 をそれぞれ

$$H_0 : \mu = 9.6$$

$$H_1 : \mu \neq 9.6$$

と設定した。以下、 H_0 のもとで次の問に答えよ。

- (1) 標本平均を用いて計算される検定統計量 Z の実現値を 小数第 2 位まで 求めよ (小数第 3 位を四捨五入せよ)。
- (2) (1) のときの P-値を 小数第 4 位まで 答えよ (小数第 5 位を四捨五入せよ)。

7 本大問は記述式で解答せよ。

猫の平均睡眠時間は 1 日あたりおよそ 15 時間であるとされている。ある学生が自分の飼い猫の睡眠時間 (単位: 時間) を 7 日間観察したところ、平均値 $\bar{x} = 14.57$, 不偏分散 $u^2 = 0.48$ であった。この猫の平均睡眠時間は 15 時間と異なるといえるだろうか。有意水準 5% で検定せよ。ただし、睡眠時間は正規分布に従うものとする。

2025 年度 確率統計 II 期末試験 解答用紙

学籍番号 _____ 名前 _____

1	(1)		(2)		(3)	
2	(1)		(2)		(3)	
	(4)		(5)		(6)	
	(7)		(8)		(9)	
3	(1)		(2)			
4	(1)		(2)		(3)	
	(4)		(5)			
5	(1)		(2)		(3)	
6	(1)		(2)			

7	
---	--